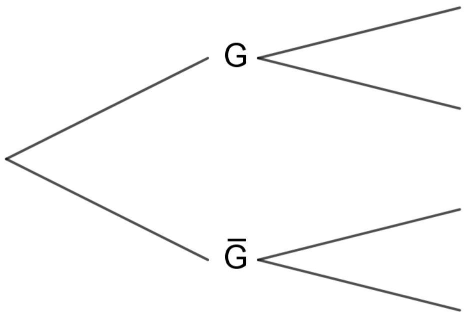
Exercice 1 *5 points*

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Aucun point n'est enlevé en l'absence de réponse ou en cas de réponse inexacte.
Les questions sont indépendantes.

Un technicien contrôle les machines équipant une grande entreprise. Toutes ces machines sont identiques.
. 20 % des machines sont sous garantie.
. 0,2 % des machines sont à la fois défectueuses et sous garantie.
. 8,2 % des machines sont défectueuses.
Le technicien teste une machine au hasard.
On considère les événements suivants :
. G : « la machine est sous garantie » ;
. D : « la machine est défectueuse » ;
. $\bar{G}$ et $\bar{D}$ désignent respectivement les événements contraires de G et D.
Pour répondre aux questions 1 à 3, on pourra s'aider de l'arbre proposé ci-dessous.



1. La probabilité $P_G(D)$ de l'événement D sachant que G est réalisé est égale à :
a. 0,002 **b.** 0,01 **c.** 0,082 **d.** 0,2

2. La probabilité $P(\bar{G}\cap D)$ est égale à :
a. 0,01 **b.** 0,08 **c.** 0,21 **d.** 0,21

3. La machine est défectueuse. La probabilité qu'elle soit sous garantie est environ égale à 10^{-3} près à :
a. 0,01 **b.** 0,024 **c.** 0,082 **d.** 0,1

Pour les questions 4 et 5, on choisit au hasard et de façon indépendante n machines de l'entreprise, où n désigne un entier naturel non nul.
On assimile ce choix à un tirage avec remise, et on désigne X la variable aléatoire qui associe à chaque lot de n machines le nombre de machines défectueuses dans ce lot.
On admet que X suit la loi binomiale de paramètres n et $p=0{,}082$.

4. Dans cette question, on prend $n=50$.
La valeur de la probabilité $P(X>2)$, arrondie au millième, est de :
a. 0,136 **b.** 0,789 **c.** 0,864 **d.** 0,924

5. On considère un entier n pour lequel la probabilité que toutes les machines d'un lot fonctionnent correctement est supérieure à 0,4.
La plus grande valeur possible pour n est égale à :
a. 5 **b.** 6 **c.** 10 **d.** 11

CORRECTION

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés

1. **Réponse :** b

   Preuve non demandée

   20 % des machines sont sous garantie donc : $P(G)=0{,}2$ (eRéponset $P(\bar{G})=1-0{,}2=0{,}8$).

   0,2 % des machines sont défectueuses et sous garantie donc $P(G\cap D)=0{,}002$.

   Or $P(G\cap D)=P(G)\times P_G(D) \Leftrightarrow 0{,}002=0{,}2\times P_G(D) \Leftrightarrow P_G(D)=\frac{0{,}002}{0{,}2}=0{,}01$

2. **Réponse :** b

   Preuve non demandée

   8.2 % des machines sont sous garantie donc : $P(D)=0{,}082$.

   La formule des probabilités totales donne : $P(D)=P(G\cap D)+P(\bar{G}\cap D) \Leftrightarrow 0{,}082=0{,}002+P(\bar{G}\cap D)$

   $\Leftrightarrow P(\bar{G}\cap D)=0{,}082-0{,}002=0{,}08$

3. **Réponse :** b

   Preuve non demandée

   On nous demande de calculer $P_G(D)$.

   $P_G(D)=\frac{P(G\cap D)}{P(G)}=\frac{0{,}002}{0{,}082}=\frac{2}{82}=\frac{1}{41}=0{,}024$ à 10^{-3} près.

4. **Réponse :** b

   Preuve non demandée

   $P(X>2)=P(X\geqslant 3)$.

   En utilisant la calculatrice, on obtient : $P(X\geqslant 3)=0{,}789$ à 10^{-3} près.

5. **Réponse :** c

   Preuve non demandée

   Pour un lot de n machines la probabilité pour que les n fonctionnent correctement est :

   $(1-0{,}082)^{50}=0{,}918^{50}$.

   On veut avoir : $0{,}918^n>0{,}4 \Leftrightarrow \ln(0{,}918^n)>\ln(0{,}4)$

   (car la fonction logarithme est strictement croissante sur $]0;+\infty[$)

   $\Leftrightarrow n\times\ln(0{,}918)<\ln(0{,}4)$

   ($0<0{,}918<1$ donc $\ln(0{,}918)<0$)

   $\Leftrightarrow n<\frac{\ln(0{,}4)}{\ln(0{,}918)}$

   En utilisant la calculatrice :

   $\frac{\ln(0{,}4)}{\ln(0{,}918)}=10{,}71$ à 10^{-2} près.

   Donc la plus grande valeur pour n est 10.

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés