Exercice 1 5 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Aucun point n'est enlevé en l'absence de réponse ou en cas de réponse inexacte.

Un jeu vidéo possède une vaste communauté de joueurs en ligne. Avant de débuter une partie, le joueur doit choisir entre deux « mondes » : soit le monde A, soit le monde B.
On choisit au hasard un individu dans la communauté des joueurs.
Lorsqu'il joue une partie, on admet que :

- la probabilité que le joueur choisisse le monde A est égale à $\frac{2}{5}$;
- si le joueur choisit le monde A, la probabilité qu'il gagne la partie est de $\frac{7}{10}$;
- la probabilité que le joueur gagne la partie est de $\frac{12}{25}$.

1. La probabilité que le joueur choisisse le monde A et gagne la partie est égale à :

a. $\frac{7}{10}$ **b.** $\frac{3}{25}$ **c.** $\frac{7}{25}$ **d.** $\frac{24}{125}$

2. La probabilité $P_B(G)$ de l'événement G sachant que B est réalisé est égale à :

a. $\frac{1}{5}$ **b.** $\frac{1}{3}$ **c.** $\frac{7}{15}$ **d.** $\frac{5}{12}$

Dans la suite de l'exercice, un joueur effectue 10 parties successives.
On assimile cette situation à un tirage aléatoire avec remise.
On rappelle que la probabilité de gagner une partie est de $\frac{12}{25}$.

3. La probabilité, arrondie au millième, que le joueur gagne exactement 6 parties est égale à :

a. 0,859 **b.** 0,671 **c.** 0,188 **d.** 0,187

4. On considère un entier naturel n pour lequel la probabilité, arrondie au millième, que le joueur gagne au plus n parties est de $0{,}207$, alors :

a. $n=2$ **b.** $n=3$ **c.** $n=4$ **d.** $n=5$

5. La probabilité que le joueur gagne au moins une partie est égale à :

a. $1-\left(\frac{12}{25}\right)^{10}$ **b.** $\left(\frac{13}{25}\right)^{10}$ **c.** $\left(\frac{12}{25}\right)^{10}$ **d.** $1-\left(\frac{13}{25}\right)^{10}$

CORRECTION

1. **Réponse :** c

Preuve non demandée

On nous demande de calculer $P(A\cap G)$.

Or $P(A\cap G)=P(A)\times P_A(G)$ et $P(A)=\frac{2}{5}$ et $P_A(G)=\frac{7}{10}$.

$P(A\cap G)=\frac{2}{5}\times\frac{7}{10}=\frac{7}{25}$.

2. **Réponse :** b

Preuve non demandée

On nous demande de calculer $P_B(G)$.

Or $P_B(G)=\frac{P(B\cap G)}{P(B)}$ et $P(B)=1-P(A)=1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$ et $P(G)=\frac{12}{25}$.

En utilisant la formule des probabilités totales :

$P(G)=P(A\cap G)+P(B\cap G) \quad\Leftrightarrow\quad P(B\cap G)=P(G)-P(A\cap G)=\frac{12}{25}-\frac{7}{25}=\frac{5}{25}=\frac{1}{5}$.

$P_B(G)=\frac{1}{5}\times\frac{5}{3}=\frac{1}{3}$.

3. **Réponse :** c

Preuve non demandée

On considère l'épreuve de Bernoulli suivante :
on choisit au hasard un joueur

succès S : « le joueur gagne la partie » ; la probabilité de succès est : $p=P(S)=P(G)=\frac{12}{25}$

échec $\bar{S}$: « le joueur perd la partie » ; la probabilité de l'échec est : $q=P(\bar{S})=1-\frac{12}{25}=\frac{13}{25}$.

On effectue 10 épreuves indépendantes (on assimile la situation à un tirage avec remise) et on considère la variable aléatoire x égale au nombre de succès en 10 épreuves ; la loi de probabilité de X est la loi binomiale de paramètres $n=10$ et $p=\frac{12}{25}$.

La probabilité d'obtenir exactement 6 succès est égale à $\binom{10}{6}\times\left(\frac{12}{25}\right)^6\times\left(\frac{13}{25}\right)^4$.

En utilisant la calculatrice, on obtient $0{,}188$ comme valeur arrondie au millième.

4. **Réponse :** c

Preuve non demandée

On obtient, en utilisant la calculatrice :

$P(X\leqslant 2)=0{,}070 \qquad P(X\leqslant 3)=0{,}207 \qquad P(X=4)=0{,}427 \qquad P(X\leqslant 5)=0{,}671$

(valeurs arrondies au millième).

5. **Réponse :** d

Preuve non demandée

Soit A l'événement « le joueur gagne au moins une partie » alors $\bar{A}$ est l'événement « le joueur perd les 10 parties ».

$P(\bar{A})=\left(\frac{13}{25}\right)^{10}$ et $P(A)=1-\left(\frac{13}{25}\right)^{10}$