## Exercice 1 — 5 points

Une entreprise de location de bateaux de tourisme propose à ses clients deux types de bateaux : bateau à voile et bateaux à moteur.
Par ailleurs, un client peut prendre l'option PILOTE.
Dans cecas, le bateau, qu'il soit à voile ou à moteur, est loué avec un pilote.
On sait que :
. 60 % des clients choisissent un bateau à voile ; parmi eux 20 % prennent l'option PILOTE.
. 42 % des clients prennent l'option PILOTE.
On choisit au hasard un client et on considère les événements :
. V : « le client choisit un bateau à voile » ;
. L : « le client prend l'option PILOTE ».

*Les trois parties peuvent être traitées de manière indépendante.*

**Partie A**

**1.** Traduire la situation, par un arbre pondéré que l'on complétera u fur et à mesure.
**2.** Calculer la probabilité qu'un client choisisse un bateau à voile et qu'il ne prenne pas l'option PILOTE.
**3.** Démontrer que la probabilité que le client choisisse un bateau moteur et qu'il prenne l'option PILOTE est égale à $0,30$.
**4.** En déduire $P_{\bar{V}}(L)$ , probabilité de $L$ sachant que $V$ n'est pas réalisé.
**5.** Un client a pris l'option PILOTE.
Quelle est la probabilité qu'il ait choisi un bateau à voile ? Arrondir à $0,01$ près.

**Partie B**

Lorsqu'un client ne prend pas l'option PILOTE, la probabilité que son bateau subisse une avarie est égale à $0,12$. La probabilité n'est que de $0,005$ si le client prend l'option PILOTE.
On considère un client. On note $A$ l'événement : « son bateau subit une avarie ».
**1.** Déterminer $P(L\cap A)$ et $P(\bar{L}\cap A)$ .
**2.** L'entreprise loue $1000$ bateaux.
À combien d'avaries peut-elle s'attendre ?

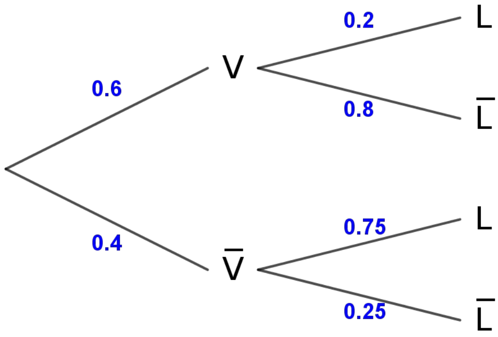
**Partie C**

On rappelle que la probabilité qu'un client donné prenne l'option PILOTE est égale à $0,42$.
On considère un échantillon aléatoire de 40 clients. On note $X$ la variable aléatoire comptant le nombre de clients de l'échantillon prenant l'option PILOTE.
**1.** On admet que la variable aléatoire $X$ suit la loi binomiale. Donner sans justifications ses paramètres.
**2.** Calculer la probabilité, arrondie à $10^{-3}$ qu'au moins $15$ clients prennent l'option PILOTE.

## CORRECTION

### Partie A

**1.** 60 % des clients choisissent bateau à voile donc $P(V)=0,6$ et $P(\bar{V})=1-0,6=0,4$ .
Parmi les clients choisissant un bateau à voile, 20 % prennent l'option PILOTE donc
$P_V(L)=0,2$ et $P_V(\bar{L})=1-0,2=0,8$ .
Arbre pondéré traduisant la situation ;




**2.** $P(V\cap L)=P(V)\times P_V(L)=0,6\times 0,2=0,12$ .

**3.** En utilisant le théorème des probabilités totales :
$P(L)=P(V\cap L)+P(\bar{V}\cap L)$
Or 42 % des clients choisissent l'option PILOTE
donc $P(L)=0,42$ et on a $P(V\cap L)=0,12$
on obtient : $P(\bar{V}\cap L)=0,42-0,12=0,30$ .

**4.** $P(\bar{V}\cap L)=P(\bar{V})\times P_{\bar{V}}(L)$

$P(\bar{V}\cap L)=0,3$ et $P(\bar{V})=0,4$ $\quad P_{\bar{V}}(L)=\dfrac{0,3}{0,4}=0,75$ et $P_{\bar{V}}(\bar{L})=1-0,75=0,25$

**5.** On nous demande de calculer $P_L(V)$ .
$P_L(V)=\dfrac{P(L\cap V)}{P(L)}=0,12\times 0,42=\dfrac{2}{7}\simeq 0,29$ (arrondi à 0,01 près).

### Partie B

**1.** Si le client prend l'option PILOTE la probabilité que son bateau subisse une avarie est égale à 0,005.
Sans l'option PILOTE cette probabilité est égale à 0,12.
Donc $P_L(A)=0,005$ et $P_{\bar{L}}(A)=0,12$
$P(L\cap A)=P(L)\times P_L(A)=0,42\times 0,005=0,0021$
$P(\bar{L}\cap A)=P(\bar{L})\times P_{\bar{L}}(A)=0,58\times 0,12=0,0696$ car $P(\bar{L})=1-P(L)=1-0,42=0,58$

**2.** Théorème des probabilités totales :
$P(A)=P(L\cap L)+P(\bar{L}\cap A)=0,001+0,0696=0,0717$ .
Pour $1000$ bateaux, l'entreprise peut s'attendre à $1000\times 0,0717\simeq 72$ avaries.

### Partie C

**1.** $X$ suit la loi binomiale de paramètres : $n=40$ et $p=0,42$

**2.** En utilisant la calculatrice :
$P(X\geqslant 15)=0,768$ (arrondi à $10^{-3}$).