

**Exercice 1****5 points**

Les données publiées le 1<sup>er</sup> mars 2023 par le ministère de la transition écologique sur les immatriculations des véhicules particuliers en France en 2022 contiennent les informations suivantes :

- . 22,86 % des véhicules étaient des véhicules neufs ;
- . 8,08 % des véhicules neufs étaient des hybrides rechargeables ;
- . 1,27 % des véhicules d'occasion (c'est à dire qui ne sont pas neufs) étaient des hybrides rechargeables.

Dans l'exercice, les probabilités seront arrondies au dix-millième.

**Partie I**

Dans cette partie, on considère un véhicule immatriculé en France en 2022.

On note :

- .  $N$  l'événement : « le véhicule est neuf » ;
- .  $R$  l'événement : « le véhicule est hybride rechargeable » ;
- .  $\bar{N}$  et  $\bar{R}$  les événements contraires des événements  $N$  et  $R$  .

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité que ce véhicule soit neuf et rechargeable.
3. Démontrer que la valeur arrondie au dix-millième de la probabilité que ce véhicule soit neuf et hybride rechargeable est : 0,0283.
4. Calculer la probabilité que ce véhicule soit neuf sachant qu'il est hybride rechargeable.

**Partie II**

Dans cette partie, on choisit 500 véhicules particuliers hybrides rechargeables immatriculés en France en 2022.

Dans la suite, on admettra que la probabilité qu'un tel véhicule soit neuf est égale à 0,65.

On assimile le choix de ces 500 véhicules à un tirage aléatoire avec remise.

On appelle  $X$  la variable aléatoire représentant le nombre de véhicules neufs parmi les 500 choisis.

1. On admet que la variable aléatoire  $X$  suit une loi binomiale. Préciser la valeur de ses paramètres.
2. Déterminer la probabilité qu'exactement 325 de ces véhicules soient neufs.
3. Déterminer la probabilité  $P(X \geq 325)$  puis interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

**Partie III**

On choisit désormais  $n$  véhicules particuliers hybrides rechargeables immatriculés en France en 2022, où  $n$  désigne un entier naturel strictement positif.

On rappelle que la probabilité qu'un tel véhicule soit neuf est égale à 0,65.

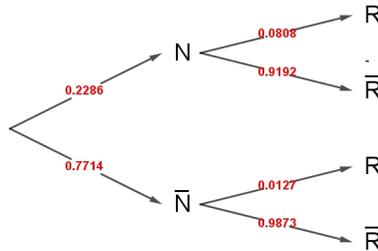
On assimile le choix de ces  $n$  véhicules à un tirage aléatoire avec remise.

1. Donner l'expression en fonction de  $n$  de la probabilité  $p_n$  que tous ces véhicules soient d'occasion.
2. On note  $q_n$  la probabilité qu'au moins un de ces véhicules soit neuf.  
En résolvant une inéquation, déterminer la plus petite valeur de  $n$  telle que :  $q_n \geq 0,9999$  .

**CORRECTION**

**Partie I**

1. L'énoncé précise :
  - 22,86 % des véhicules étaient des véhicules neufs  
donc  $P(N)=0,2286$  et  $P(\bar{N})=1-0,2286=0,7714$
  - 8,08 % des véhicules neufs étaient des hybrides rechargeables  
donc  $P_N(R)=0,0808$  et  $P_N(\bar{R})=1-0,0808=0,9192$
  - 1,27 % des véhicules d'occasion étaient des hybrides rechargeables  
donc  $P_{\bar{N}}(R)=0,0127$  et  $P_{\bar{N}}(\bar{R})=1-0,0127=0,9873$
  - on obtient pour arbre pondéré représentant la situation :



2. On nous demande de calculer  $P(N \cap R)$ .  
 $P(N \cap R) = P(N) \times P_N(R) = 0,2286 \times 0,0808 = 0,0185$  arrondi au dix-millième.
3. En utilisant la formule des probabilités totales :  
 $P(R) = P(N \cap R) + P(\bar{N} \cap R)$   
 $P(N \cap R) = 0,0185$      $P(\bar{N} \cap R) = P(\bar{N}) \times P_{\bar{N}}(R) = 0,7714 \times 0,0127 = 0,0098$  arrondi au dix-millième  
 $P(R) = 0,0185 + 0,0098 = 0,0283$
4. On nous demande de calculer  $P_N(R)$   
 $P_R(N) = \frac{P(N \cap R)}{P(R)} = \frac{0,0185}{0,0283} = 0,6537$  arrondi au dix-millième.

**Partie II**

1. X suit la loi binomiale de paramètres  $n=500$  et  $p=0,65$ .
2.  $P(X=325) = \binom{500}{325} 0,65^{325} \times (1-0,65)^{500-325} = \binom{500}{325} 0,65^{325} \times 0,35^{175}$   
 En utilisant la calculatrice :  $P(X=325) = 0,0374$ .
3. En utilisant la calculatrice  $P(X \geq 325) = 0,5206$ .  
 Pour tout choix au hasard de 500 véhicules hybrides rechargeables, il y a plus d'une chance sur deux d'avoir au moins 325 véhicules neufs.

**Partie III**

1. La probabilité qu'un véhicule hybride rechargeable soit un véhicule d'occasion est :  $1-0,65=0,35$ .  
 La probabilité que les  $n$  véhicules choisis sont des véhicules d'occasion est :  $0,35^n$ .
2. La probabilité qu'au moins un des  $n$  véhicules choisi soit neuf est égale à  $q_n = 1 - p_n = 1 - 0,35^n$   
 $q_n \geq 0,9999 \Leftrightarrow 1 - 0,35^n \geq 0,9999 \Leftrightarrow 0,0001 \geq 0,35^n$   
 $\ln$  est une fonction croissante sur  $]0; +\infty[$   
 $\Leftrightarrow \ln(0,0001) \geq \ln(0,35^n) \Leftrightarrow \ln(0,0001) \geq n \times \ln(0,35)$   
 $0 < 0,35 < 1$  donc  $\ln(0,35) < 0$   
 $\Leftrightarrow \frac{\ln(0,0001)}{\ln(0,35)} \leq n$                       or  $\frac{\ln(0,0001)}{\ln(0,35)} \simeq 0,877$   
 $n$  est un entier naturel donc  $n \leq 9$ .  
 La plus petite valeur de  $n$  telle que  $q_n \geq 0,0001$  est :  $n=9$ .