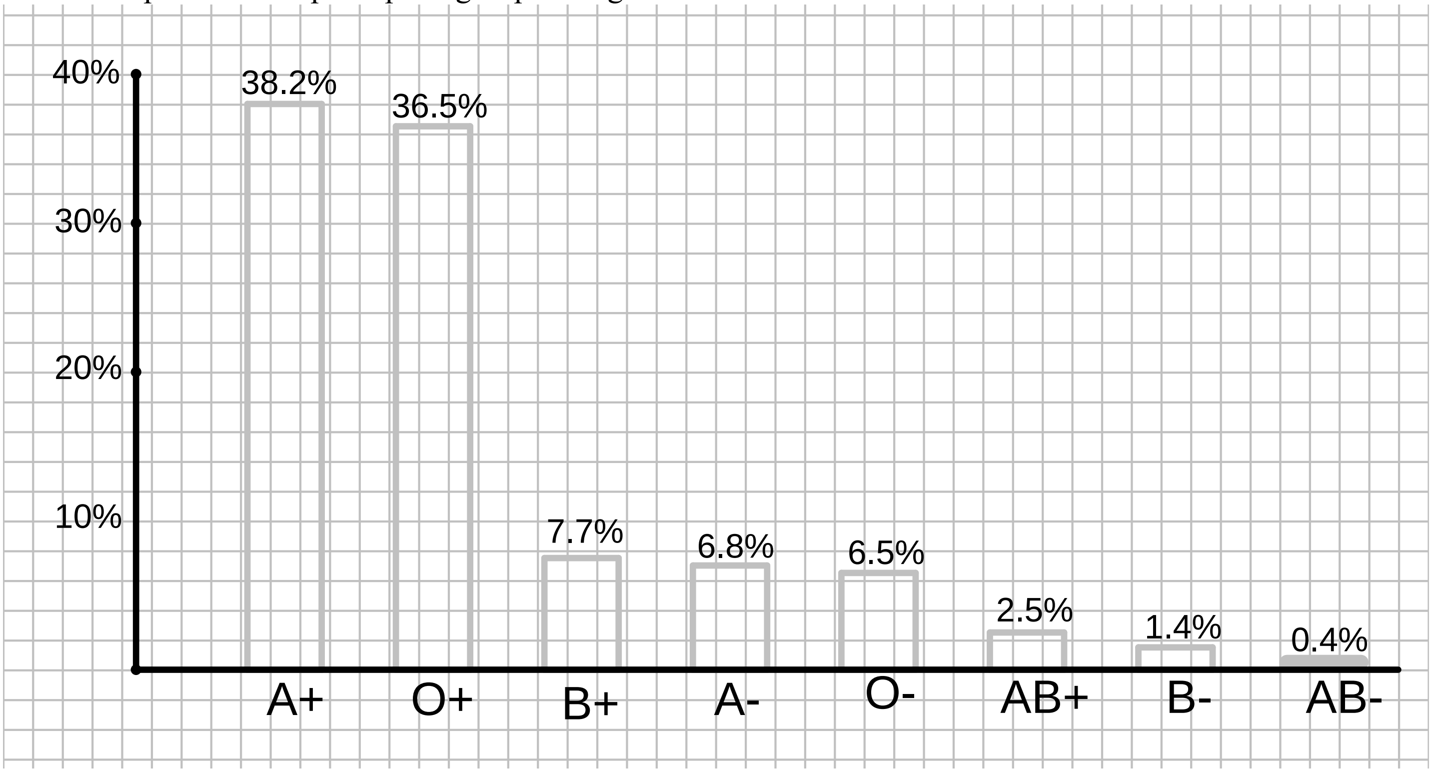
Exercice 1 5 points

Voici La répartition des principaux groupes sanguins des habitants de France.



A+, O+, B+, A-, O-, AB+, B- et AB- sont les différents groupes sanguins combinés aux rhésus.
Par exemple : A+ est le groupe sanguin A de rhésus +.
Une expérience aléatoire consiste à choisir une personne au hasard
de la population française
et à déterminer son groupe sanguin et son rhésus.
Dans l'exercice, on adopte les notations du type :
A+ est l'évènement : « la personne est du groupe sanguin A et de rhésus + »
A- est l'évènement : « la personne est du groupe sanguin A et de rhésus - »
A est l'évènement : « la personne est du groupe sanguin A ».
Les partie 1 et 2 sont indépendantes.

Partie 1

On note Rh+ l'évènement ; « la personne est de rhésus positif ».

1. Justifier que la probabilité que la personne choisie soit de rhésus positif est égale à 0,849.

2. Démontrer à l'aide des données de l'énoncé que : $P_{Rh+}(A)=0{,}450$ à 0,001 près.

3. Une personne se souvient que son groupe sanguin est AB mais à oublié son rhésus.
Quelle est la probabilité que son rhésus soit négatif ? Arrondir le résultat à 0,001 près.

Partie 2

Dans cette partie, les résultat s seront arrondies à 0,001 près.
Un donneur universel de sang est une personne de groupe sanguin O et de rhésus négatif.
On rappelle que 6,5 % de la population est du groupe O-.

1. On considère 50 personnes choisies au hasard dans la population française et on note

X la variable aléatoire qui compte le nombre de donneurs universels.

1.a. Déterminer la probabilité que 8 personnes soient des donneurs universels.
Justifier votre réponse.

1.b. On considère la fonction ci-après nommée proba d'argument k écrite en langage Python
Cette fonction utilise la fonction binomiale d'argument i, n et p, créée pour l'occasion qui renvoie la valeur de la probabilité $P(X=i)$ dans le cas où X suit la loi binomiale de paramètres n et p.
Déterminer la valeur numérique renvoyée par la fonction proba lorsqu'on saisi proba(8) dans la console Phyton. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

```
Def proba(k) :
  p=0
  for i range(k+1) :
    p=p+binomiale(i,50,0.065)
  return p
```

2. Quel est le nombre minimal de personnes à choisir au hasard dans la population française pour que la probabilité qu'au moins une des personnes choisies soit donneur universel, soit supérieure à $0,999$.

CORRECTION

Partie 1

1. L'énoncé donne ,par exemple, 38,2 % de la population sont du groupe A de rhésus +, c'est à dire que : $P(A+)=0{,}382$.

Les évènements A+, O+, B+ et AB+ sont indépendants deux à deux et $Rh+=A+\cup O+\cup B+\cup AB+$.

$P(Rh+)=P(A+)+P(O+)+P(B+)+P(AB+)=0{,}382+0{,}365+0{,}077+0{,}025$

$P(Rh+)=0{,}849$.

2. $P_{Rh+}(A)=\dfrac{P(A\cap Rh+)}{P(Rh+)}=\dfrac{P(A+)}{P(Rh+)}=\dfrac{0{,}382}{0{,}849}=0{,}450$ à 0,001 près.

3. $P_{AB}(Rh-)=\dfrac{P(AB\cap Rh-)}{P(AB)}=\dfrac{P(AB-)}{P(AB)}$

$P(AB)=P(AB+)+P(AB-)=0{,}025+0{,}004=0{,}029$

$P_{AB}(Rh-)=\dfrac{0{,}004}{0{,}029}=\dfrac{4}{29}=0{,}139$ à 0,001 près.

Partie 2

1.a. On considère l'épreuve de Bernoulli suivante :

On choisit au hasard une personne dans la population française.

Succès S : « la personne est un donneur universel » probabilité de succès : $p=P(S)=0{,}065$

Echec $\bar{S}$: « la personne n'est pas un donneur universel » probabilité de l'échec : $q=\bar{S}=0{,}935$.

On choisit au hasard 50 personnes dans la population française c'est à dire on effectue 50 épreuves indépendantes.

X est la variable aléatoire égale au nombre de succès en 50 épreuves, la loi de probabilité de X est la loi binomiale de paramètres $n=50$ et $p=0{,}065$.

On nous demande de calculer $P(X=8)$.

$P(X=8)=\binom{50}{8}\times 0{,}065^8\times 0{,}935^{42}\simeq 0{,}010$ à 0,001 près.

1.b. i prend les valeurs entières comprises entre 0 et 8 et $\text{proba}(8)=\sum_{i=0}^{8}P(X=i)=P(X\leqslant 8)$.

proba(8) renvoie 0,995 à 0,001 près.

2. Pour n personnes $(n\geqslant 1)$, l'événement contraire de l'évènement D : « au moins une personne est donneur universel » est l'évènement $\bar{D}$: « les 50 personnes ne sont pas donneurs universels ».

$P(\bar{D})=0{,}935^n$ et $P(D)=1-0{,}935^n$

On veut $P(D)>0{,}999 \Leftrightarrow 1-0{,}935^n>0{,}999 \Leftrightarrow 0{,}001>0{,}935^n$

ln est une fonction strictement croissante sur $]0;+\infty[$.

$\Leftrightarrow \ln(0{,}001)>\ln(0{,}935^n) \Leftrightarrow \ln(0{,}001)>n\times\ln(0{,}995)$

$0<0{,}935<1$ donc $\ln(0{,}935)<0$

$\Leftrightarrow \dfrac{\ln(0{,}001)}{\ln(0{,}935)}<n$

En utilisant la calculatrice $\dfrac{\ln(0{,}001)}{\ln(0{,}935)}\simeq 102{,}78$

n est un entier naturel donc $103\leqslant n$

Le nombre minimal de personnes qu'il choisir dans la population française est 103 pour avoir la probabilité, qu'au moins une personne soit un donneur universel, soit supérieure à 0,999.