Exercice 1 — 4 points

Un sondage réalisé en France fournit les informations suivantes.
- 60 % des plus de 15 ans ont l'intention de regarder les Jeux Olympiques et Paralympiques (JOP) de Paris 2024 à la télévision ;
- parmi ceux qui ont l'intention de regarder les JOP, 8 personnes sur 9 déclarent pratiquer une activité sportive régulière.

On choisit au hasard une personne de plus de 15 ans. On considère les évènements suivants :
- J : « la personne a l'intention de regarder les JOP à la télévision » ;
- S : « la personne choisie déclare pratiquer une activité sportive régulière ».

On note $\overline{J}$ et $\overline{S}$ leurs évènements contraires.

Dans les questions 1 et 2 les probabilités seront données sous la forme d'une fraction irréductible.

1. Démontrer que la probabilité que la personne choisie ait l'intention de regarder les JOP de Paris 2024 à la télévision et déclare pratiquer une activité sportive régulière est de $\frac{8}{15}$.
On pourra s'appuyer sur un arbre.

Selon ce sondage, 2 personnes sur 3 parmi les plus de 15 ans déclarent pratiquer une activité sportive régulière.

2.a. Calculer la probabilité que la personne choisie n'ait pas l'intention de regarder les JOP de Paris 2024 et déclare pratiquer une activité sportive régulière.

2.b. En déduire la probabilité de S sachant $\overline{J}$ notée $P_{\overline{J}}(S)$.

Dans la suite de l'exercice, les résultats seront arrondies au millième.

3. Dans le cadre d'une opération de promotion, 30 personnes de plus de i5 ans sont choisies au hasard.
On assimile ce choix à un tirage avec remise.
On note X la variable aléatoire qui donne le nombre de personnes déclarant une activité sportive régulière parmi les 30 personnes.

3.a. Déterminer la nature et les paramètres de la loi de la loi de probabilité de X.

3.b. Calculer la probabilité qu'exactement 16 personnes déclarent pratiquer une activité sportive régulière parmi les 30 personnes.

3.c. La fédération française de Judo souhaite offrir une place pour la finale de l'épreuve par équipe mixte de à l'Aréna Champs-de-Mars pour chaque personne déclarant pratiquer une activité sportive régulière parmi ces 30 personnes.
Le prix d'une place s'élève à 380€ et on dispose d'un budget de 10000€ pour cette opération.
Quelle est la probabilité que ce budget soit insuffisant ?

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés

CORRECTION

1. L'énoncé précise :

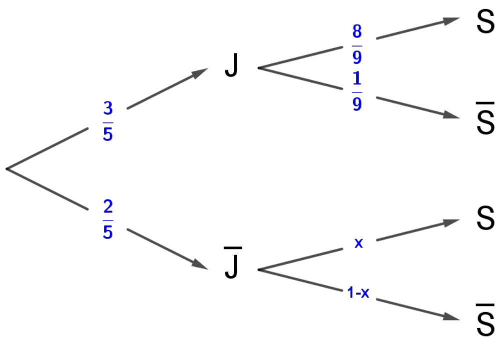
. 60 % des plus de 15 ans ont l'intention de regarder les JOP de Paris 2024, à la télévision.

$P(J)=\frac{60}{100}=\frac{3}{5}$ et $P(\bar{J})=1-P(J)=1-\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$.

. Parmi ceux qui ont l'intention de regarder les JOP, 8 personnes sur 9 déclarent pratiquer une activité sportive régulière.

$P_J(S)=\frac{8}{9}$ et $P_J(\bar{S})=1-P_J(\bar{S})=1-P_J(S)=1-\frac{8}{9}=\frac{1}{9}$.

. On obtient pour arbre pondéré :



. On nous demande de calculer : $P(J\cap S)$

$P(J\cap S)=P(J)\times P_J(S)=\frac{3}{5}\times\frac{8}{9}=\frac{24}{45}=\frac{8}{15}$

2. On sait de plus que $P(S)=\frac{2}{3}$.

2.a. En utilisant la formule des probabilités totales.

$P(S)=P(J\cap S)+P(\bar{J}\cap S)$

$P(\bar{J}\cap S)=P(S)-P(J\cap S)=\frac{2}{3}-\frac{8}{15}=\frac{10-8}{15}=\frac{2}{15}$

2.b. $P(\bar{J}\cap S)=P(\bar{J})\times P_{\bar{J}}(S) \quad\Leftrightarrow\quad \frac{2}{15}=\frac{2}{5}\times P_{\bar{J}}(S) \quad\Leftrightarrow\quad P_{\bar{J}}(S)=\frac{2}{15} : \frac{2}{5}=\frac{2}{15}\times\frac{5}{2} \quad\Leftrightarrow\quad P_{\bar{J}}(S)=\frac{1}{3}$

3.a. On considère l'épreuve de Bernoulli suivante :

On choisit au hasard une personne de plus de 15 ans.

Succès S : « la personne pratique une activité sportive régulière » probabilité de succès est : $p=\frac{2}{3}$.

Échec $\bar{S}$: « la personne ne pratique pas une activité sportive régulière » probabilité d'échec est : $q=\frac{1}{3}$.

On considère choisir 30 personnes avec remise, c'est à dire on effectue 30 épreuves de Bernoulli indépendantes et X est la variable aléatoire égale au nombre de succès en 30 épreuves.

La loi de probabilité de X est la loi binomiale de paramètres $n=30$ et $p=\frac{2}{3}$.

3.b. $P(X=16)=\binom{30}{16}\times\left(\frac{2}{3}\right)^{16}\times\left(\frac{1}{3}\right)^{30-16}=\binom{30}{16}\times\left(\frac{2}{3}\right)^{16}\times\left(\frac{1}{3}\right)^{14}$.

$P(X=16)=0{,}046$ à 10^{-3} près.

3.c. $\frac{10000}{380}\simeq 26{,}3$ donc 10000 € permet de payer au plus 26 personnes.

La probabilité que ce budget soit insuffisant est : $P(X\geqslant 27)=0{,}003$ à 10^{-3} près.

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés