

Exercice 2

4 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM) qui comprend cinq questions. Les cinq questions sont indépendantes.

Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question suivi de la lettre correspondant à la réponse exacte.

Aucune justification n'est demandée.

Une réponse fausse, une réponse multiple ou une absence de réponse ne rapporte, ni n'enlève aucun point.

1. La solution f de l'équation différentielle : $y' = -3y + 7$ telle que $f(0) = 1$ est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

A : $f(x) = e^{-3x}$

B : $f(x) = -\frac{4}{3}e^{-3x} + \frac{7}{3}$

C : $f(x) = e^{-3x} + \frac{7}{3}$

D : $f(x) = -\frac{10}{3}e^{-3x} - \frac{7}{3}$

2. La courbe d'une fonction f définie sur $[0; +\infty[$ est donnée ci-dessous.



Un encadrement de l'intégrale $I = \int_1^5 f(x) dx$ est :

A : $0 \leq I \leq 4$

B : $1 \leq I \leq 5$

C : $5 \leq I \leq 10$

D : $10 \leq I \leq 15$

3. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^2 \ln(x^2 + 4)$

Alors $\int_0^2 g'(x) dx$ vaut, à 10^{-1} près :

A : 4,9

B : 8,3

C : 1,7

D : 7,5

4. Une professeure enseigne la spécialité mathématiques dans une classe de 31 élèves de terminale. Elle veut former un groupe de 5 élèves. De combien de façons différentes peut-elle former un tel groupe de 5 élèves ?

A : 31^5

B : $31 \times 30 \times 29 \times 28 \times 27$

C : $31 + 30 + 29 + 28 + 27$

D : $\binom{31}{5}$

5. La professeure s'intéresse maintenant à l'autre spécialité des 31 élèves de son groupe.

- . 10 élèves ont choisi la spécialité physique-chimie
- . 20 élèves ont choisi la spécialité SES.
- . 1 élève a choisi la spécialité LLCE espagnol

Elle veut former un groupe de 5 élèves comportant exactement 3 élèves ayant choisi la spécialité SES.

De combien de façons différentes peut-elle former un tel groupe ?

A : $\binom{20}{3} \times \binom{11}{2}$

B : $\binom{20}{3} + \binom{11}{2}$

C : $\binom{20}{3}$

D : $20^3 \times 11^2$

CORRECTION

1. Réponse : B

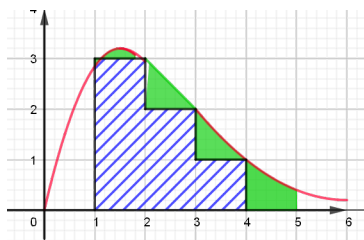
Preuve non demandée

Si a est un nombre réel non nul et b est un nombre réel alors les solutions de l'équation différentielle $y' = ay + b$ sur $\mathbb{R}$ sont les fonctions f_k définies sur $\mathbb{R}$ par : $f_k(x) = k e^{ax} - \frac{b}{a}$ (k constante réelle).

Pour l'exemple $a = -3$ et $b = 7$ donc $f_k(x) = k e^{-3x} + \frac{7}{3}$ et on doit avoir $f_k(0) = 1 \Leftrightarrow k + \frac{7}{3} = 1$

$$\Leftrightarrow k = -\frac{4}{3} \quad \text{on obtient } f(x) = -\frac{4}{3} e^{-3x} + \frac{7}{3}.$$

2. Réponse : C



Preuve non demandée

f est continue et positive sur $[1; 5]$ donc $I = \int_1^5 f(x) dx$ est l'aire (en unité d'aire) de la partie de plan comprise entre l'axe des abscisses, la courbe $\mathcal{C}_f$ et les droites d'équations : $x = 1$ et $x = 5$. Cette partie contient cinq carrés (d'aire l'unité d'aire et hachurés sur la figure) et 4 autres parties (d'aire chacune inférieure à l'unité d'aire et en vert sur la figure) donc $5 \leq I \leq 10$.

3. Réponse : B

Preuve non demandée

g est une primitive de g' sur $\mathbb{R}$ donc :

$$\int_0^2 g'(x) dx = [x^2 \ln(x^2 + 4)]_0^2 = 4 \ln(8) - 0 = 4 \ln(8) \simeq 8,3 \text{ à } 10^{-1} \text{ près.}$$

4 Réponse : D

Preuve non demandée

On effectue un tirage simultané de 5 élèves parmi 31 (sans remise et sans ordre).

Le nombre de tirages est donc : $\binom{31}{5}$.

5. Réponse : A

Preuve non demandée

Il y a 20 élèves qui font la spécialité SES et 11 élèves qui ne font pas la spécialité SES.

Il faut donc choisir simultanément 3 élèves faisant la spécialité SES et 2 élèves simultanément ne faisant pas la spécialité SES.

Le nombre de groupes possibles de 5 élèves est alors : $\binom{20}{3} \times \binom{11}{2}$.