

## Exercice 1

5 points

Une concession automobile vend deux sortes de véhicules :

- . 60 % sont des véhicules tout-électrique ;
- . 40 % sont ces véhicules hybrides rechargeables.

75 % des acheteurs de véhicules tout-électrique et 52 % des acheteurs de véhicules hybrides ont la possibilité d'installer une borne de recharge à domicile.

On choisit un acheteur au hasard et on considère les événements suivants :

- . E : « l'acheteur choisit un véhicule-tout électrique »
- . B : « l'acheteur a la possibilité d'utiliser une borne de recharge à son domicile ».

Dans l'ensemble de l'exercice, les probabilités sont arrondies au millième si nécessaire.

1. Calculer la probabilité que l'acheteur choisisse un véhicule tout-électrique et qu'il ait la possibilité d'installer une borne de recharge à son domicile.

*On pourra s'appuyer sur un arbre pondéré.*

2. Démontrer que  $P(B)=0,658$ .

3. Un acheteur a la possibilité d'installer une borne de recharge à son domicile. Quelle est la probabilité qu'il choisisse un véhicule tout-électrique ?

4. On choisit un échantillon de 20 acheteurs. On assimile ce prélèvement à un tirage avec remise.

On note  $X$  la variable aléatoire qui donne le nombre total d'acheteurs pouvant installer une borne de recharge à son domicile parmi l'échantillon de 20 acheteurs.

- 4.a. Déterminer la nature et les paramètres de la loi de probabilité suivie par  $X$ .

- 4.b. Calculer  $P(X=8)$ .

- 4.c. Calculer la probabilité qu'au moins 10 acheteurs puissent une borne de recharge.

- 4.d. Calculer l'espérance de  $X$ .

- 4.e. La directrice de la concession décide d'offrir l'installation de la borne de recharge aux acheteurs ayant la possibilité d'en installer une à leur domicile.

Cette installation coûte 1200 €.

En moyenne, quelle somme doit-elle prévoir d'engager pour cette offre lors de la vente de 20 véhicules.

**CORRECTION**

1. L'énoncé précise :

- 60 % des véhicules vendus sont des véhicules tout-électrique donc :

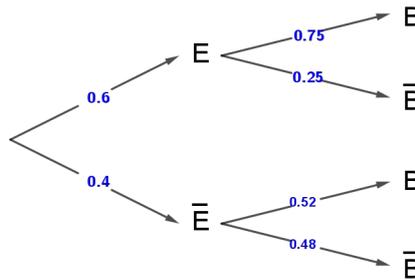
$$P(E) = \frac{60}{100} = 0,6 \text{ et } P(\bar{E}) = 1 - P(E) = 0,4 .$$

$\bar{E}$  est l'événement ; « l'acheteur choisit un véhicule hybride rechargeable ».

- 75 % des acheteurs de véhicules tout-électrique et 52 % des acheteurs des véhicules hybrides rechargeables ont la possibilité d'installer une borne de recharge à domicile donc :

$$P_E(B) = \frac{75}{100} = 0,75 \text{ et } P_{\bar{E}}(B) = \frac{52}{100} = 0,52 \text{ et } P_E(\bar{B}) = 1 - 0,75 = 0,25 \text{ et } P_{\bar{E}}(\bar{B}) = 1 - 0,52 = 0,48 .$$

- On obtient l'arbre pondéré suivant :



- On nous demande de calculer :  $P(E \cap B)$ .

$$P(E \cap B) = P(E) \times P_E(B) = 0,6 \times 0,75 = 0,45 ;$$

2. En utilisant la formule des probabilités totales.

$$P(B) = P(E \cap B) + P(\bar{E} \cap B)$$

$$P(\bar{E} \cap B) = P(\bar{E}) \times P_{\bar{E}}(B) = 0,4 \times 0,52 = 0,208$$

$$P(B) = 0,45 + 0,208 = 0,658$$

3. On nous demande de calculer :  $P_B(E)$

$$P_B(E) = \frac{P(E \cap B)}{P(B)} = \frac{0,45}{0,658} \simeq 0,684$$

4.a. On considère l'épreuve de Bernoulli suivante :

On choisit au hasard un acheteur.

Succès  $S$  : « l'acheteur peut installer une borne de recharge à son domicile »

$$P(S) = P(B) = 0,658 = p$$

Échec  $\bar{S}$  : « l'acheteur ne peut pas installer une borne de recharge à son domicile »

$$P(\bar{S}) = P(\bar{B}) = 1 - 0,658 = 0,342 = q$$

On assimile le choix des 20 acheteurs comme un tirage avec remise, c'est à dire on effectue 20 épreuves indépendantes.  $X$  est la variable aléatoire donnant le nombre de succès en 20 épreuves.

La loi de probabilité de  $X$  est la loi binomiale de paramètres  $n=20$  et  $p=0,658$ .

4.b. En utilisant la calculatrice :  $P(X=8) = \binom{20}{8} \times 0,658^8 \times 0,342^{12} \simeq 0,011$

4.c.  $P(X \geq 10) \simeq 0,955$

4.d.  $E(X) = np = 20 \times 0,658 = 13,16$

4.e.  $1200 \times 13,16 = 15792 \text{ €}$