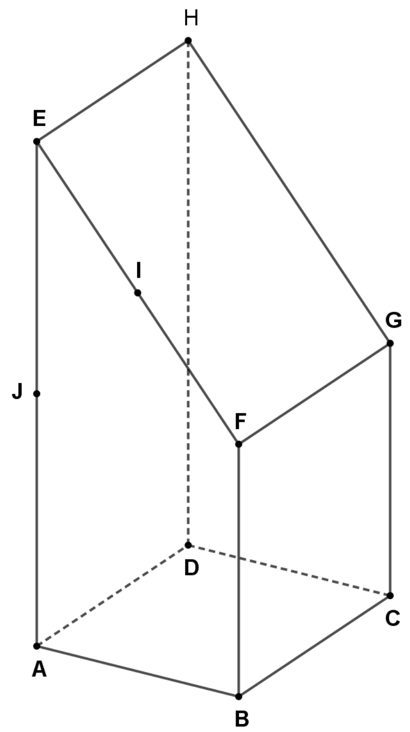
Exercice 4

Cet exercice est un exercice à choix multiples.
Pour chaque question, une seule des quatre réponses est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la proposition choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Pour chaque question, une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.
Les questions sont indépendantes.

On considère le prisme droit ABFEDCGH tel que AB=AD.

Sa base ABEF est un trapèze rectangle en A, vérifiant : $\overrightarrow{BF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AE}$.

On note I le milieu du segment [EF].
On note J le milieu du segment [AE].
On associe à ce prisme, le repère orthonormé $(A;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ avec $\vec{i}=\overrightarrow{AB}$; $\vec{j}=\overrightarrow{AD}$; $\vec{k}=\overrightarrow{AI}$.



1. On donne les coordonnés de quatre vecteurs dans la base $(\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. Lequel est un vecteur normal au plan (ABG) ?

a. $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ **b.** $\vec{n}\begin{pmatrix}-1\\1\\1\end{pmatrix}$ **c.** $\vec{n}\begin{pmatrix}0\\-1\\1\end{pmatrix}$ **d.** $\vec{n}\begin{pmatrix}0\\0\\-1\end{pmatrix}$

2. Parmi les droites suivantes, laquelle est parallèle à la droite (IJ) ?

a. (DG) **b.** (BD) **c.** (AG) **d.** (FG)

3. Quels vecteurs forment une base de l'espace ?

a. $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{CG})$ **b.** $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AD})$ **c.** $(\overrightarrow{DA};\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DG})$ **d.** $(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CG};\overrightarrow{CE})$

4. Une décomposition du vecteur $\overrightarrow{AG}$ comme somme de plusieurs vecteurs deux à deux orthogonaux est :

a. $\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{HG}$ **b.** $\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AJ}$

c. $\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BJ}+\overrightarrow{JG}$ **c.** $\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DH}+\overrightarrow{HG}$

5. le volume du prisme droit ABFEDCGH est égal à :

a. $\frac{5}{8}$ **b.** $\frac{8}{5}$ **c.** $\frac{3}{2}$ **d.** 2

CORRECTION

1. Réponse : c

Preuve non demandée

Remarque : le repère $(A;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ est orthonormé donc $AB=AD=AI=1$ et $BF=CG=1$.

$A(0;0;0)$ $B(1;0;0)$ $G(1;1;1)$

$\vec{n}$ est un vecteur normal au plan (ABG) si seulement si $\vec{n}$ est orthogonal à $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AG}$.

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AG}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$

$\vec{n}_a$ n'est pas orthogonal à $\overrightarrow{AG}$ car $\vec{n}_a.\overrightarrow{AG}=1\times1+1\times1+1\times1=3\neq0$

$\vec{n}_b$ n'est pas orthogonal à $\overrightarrow{AG}$ car $\vec{n}_b.\overrightarrow{AG}=-1\times1+1\times1+1\times1=3\neq0$

$\vec{n}_d$ n'est pas orthogonal à $\overrightarrow{AG}$ car $\vec{n}_d.\overrightarrow{AG}=0\times1+0\times1+1\times1=1\neq0$

$\vec{n}_c.\overrightarrow{AB}=0\times1-1\times0+1\times0=0$ et $\vec{n}_c.\overrightarrow{AG}=0\times1-1\times1+1\times1=0$

$\vec{n}_c$ est un vecteur normal au plan (ABG).

2. Réponse : a

Preuve non demandée

On considère le triangle AEF, I est le milieu de [AE] et J est le milieu de [EF] donc la droite (IJ) est parallèle à la droite (AF). AFGD est un rectangle (quadrilatère ayant quatre angle droit) donc les droites (AF) et (DG) sont parallèles et (DG) est parallèle à (IJ).

3. Réponse : c

Preuve non demandée

Une base de l'espace est constituée de trois vecteurs non coplanaires.

La réponse **a** est fausse car ne contient deux vecteurs.

La réponse **b** est fausse car les vecteurs $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont contenus dans le plan (ABC).

La réponse **b** est fausse car les vecteurs $\overrightarrow{CA}$; $\overrightarrow{CG}$ et $\overrightarrow{CE}$ sont contenus dans le plan (ACG).

Donc la réponse **c** est vraie.

4. Réponse : b

Preuve non demandée

- $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{HG}=\overrightarrow{AH}+\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HG}=\overrightarrow{AH}+\overrightarrow{HG}+\overrightarrow{HB}=\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{HB}$

  or $\overrightarrow{HB}\neq\vec{0}$ donc $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{HG}\neq\overrightarrow{AG}$ Réponse **a** fausse
- $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AJ}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AJ}=\overrightarrow{AG}$

  car ABCD est un carré donc $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$ et ACGJ est un rectangle donc $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AJ}=\overrightarrow{AG}$.

  de plus $(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD};\overrightarrow{AJ})$ est un repère orthonormé de l'espace, on obtient la décomposition demandée.

  Réponse **b** vraie.

5. Réponse : c

Preuve non demandée

Soit K le milieu de [DH].

ABCDJFGK est un cube de volume 1 (unité de volume).

L'aire de la base ABFE du prisme est l'aire d'un trapèze de grande base AE=2, de petite base BF=1 et de hauteur AB=1 $\mathcal{A}=\dfrac{(2+1)\times1}{2}=\dfrac{3}{2}$ (unité d'aire).

Volume du prisme droit: $V=\mathcal{A}\times BC$ $BC=1$ est la hauteur du prisme droit ;

$V=\dfrac{3}{2}\times1=\dfrac{3}{2}$ (unité de volume).

Réponse **c** vraie.