Exercice 5

Cet exercice est un exercice à choix multiples.
Pour chaque question, une seule des quatre réponses est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la proposition choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Pour chaque question, une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.
Les questions sont indépendantes.

1. Sur l'intervalle $[0;2\pi]$, l'équation $\sin(x)=0{,}1$ admet :
a. zéro solution
b. une solution
c. deux solutions
d. trois solutions

2. On considère la fonction f définie sur $[0;\pi]$ par $f(x)=x+\sin(x)$.
On admet que f est deux fois dérivable.
a. La fonction f est convexe sur l'intervalle $[0;\pi]$.
b. La fonction f est concave sur l'intervalle $[0;\pi]$.
c. La fonction f admet sur l'intervalle $[0;\pi]$ un unique point d'inflexion.
d. La fonction f admet sur l'intervalle $[0;\pi]$ exactement deux points d'inflexion.

3. Une urne contient cinquante boules numérotées de 1 à 50. On tire successivement trois boules de cette urne **sans remise,** on appelle « tirage » la liste non ordonnée des numéros de trois boules tirées.
Quel est le nombre de tiragges possibles, **sans tenir compte de l'ordre des numéros ?**
a. 50^3
b. $1\times2\times3$
c. $50\times49\times48$
d. $\dfrac{50\times49\times48}{1\times2\times3}$

4. On effectue des lancers d'une pièce de monnaie. Le résultat d'un lancer est « pile » ou « face ». On note la liste ordonnée des dix résultats.
Quel est le nombre de listes ordonnées possibles ?
a. 2×10
b. 2^{10}
c. $1\times2\times3\ \ldots\ \times10$
d. $\dfrac{1\times2\times3\times\ldots\times10}{1\times2}$

5. On effectue n lancers d'une pièce de monnaie équilibrée. Le résultat d'un lancer est « pile » ou « face ».
On considère la liste ordonnée des n résultats.
Quelle est la probabilité d'obtenir au plus deux fois « pile » dans cette liste ?
a. $\dfrac{n(n-1)}{2}$
b. $\dfrac{n(n-1)}{2}\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$
c. $1+n+\dfrac{n(n-1)}{2}$
d. $\left(1+n+\dfrac{n(n-1)}{2}\right)\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$

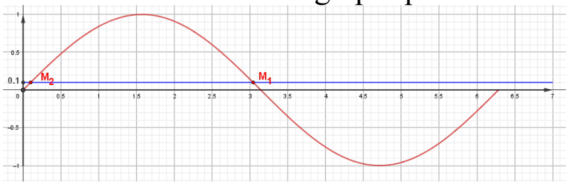
Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés

CORRECTION

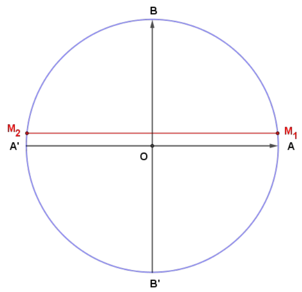
1. Réponse : c

Preuve non demandée

On peut facile ment justifier en utilisant une résolution graphique :



ou le cercle trigonométrique :



2. Réponse : b

Preuve non demandée

Pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0;\pi]$, $f(x)=x+\sin(x)$.

On admet que f est deux fois dérivable sur $[0;\pi]$, $f'(x)=1+\cos(x)$ et $f''(x)=-\sin(x)$.

Pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0;\pi]$, $f''(x)\leqslant 0$ donc f est concave sur $[0;\pi]$

(f'' ne change pas de signe sur $[0;\pi]$).

3. Réponse : d

Preuve non demandée

. Tirer 3 boules, successivement sans remise et ne pas considérer l'ordre du tirage, revient à tirer simultanément 3 boules de l'urne simultanément 3 boules de l'urne donc le nombre de « tirages » est : $\binom{50}{3}=\dfrac{50\times49\times48}{1\times2\times3}$.

. Le nombre de tirages successifs de 3 boules de l'urne sans remise en tenant compte de l'ordre est : $50\times49\times48$. Por chaque triplet de boules, il existe $3\times2\times1$ ordres possibles donc le nombre de est : $\dfrac{50\times49\times48}{1\times2\times3}$.

4. Réponse : b

Preuve non demandée

Pour chaque tirage il y a 2 résultats distincts et on effectue 10 tirages indépendants.

Donc le nombre de listes possibles est : 2^{10}.

5. Réponse : d

Preuve non demandée

On considère la loi de Bernoulli.

On lance une fois une pièce de monnaie équilibrée :

Succès S : « on obtient pile » $P(S)=p=\dfrac{1}{2}$.

Échec $\bar{S}$: « on obtient face » $P(\bar{S})=q=\dfrac{1}{2}$.

On effectue n (entier naturel non nul) lancers qui sont indépendants, et on considère la variable aléatoire X égale au nombre de succès en lancers.

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés

La loi de probabilité de X est la loi binomiale de paramètres $n=10$ et $p=\frac{1}{2}$.

La probabilité d'obtenir au plus de fois « pile » dans la liste est égale à : $P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)$

$$P(X=0)=q^n=\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$P(X=1)=\binom{n}{1}\ p^1\times q^{n-1}=n\times\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}=n\times\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$P(X=2)=\binom{n}{2}\ p^2\times q^{n-2}=\frac{n(n-1)}{2}\times\left(\frac{1}{2}\right)^2\times\left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}=\frac{n(n-1)}{2}\times\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$P(X=0)+P(X=1)+P(X=3)=\left(1+n+\frac{n(n-1)}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

Copyright © meilleurenmaths.com. Tous droits réservés