Exercice 2 4 points

QCM

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple. Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Une réponse fausse une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.

Les quatre questions sont indépendantes.

Pour chaque question, une seule réponse est correcte. Aucune justification n'est demandée.

Dans tout l'exercice, on considère que l'espace est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

On considère :

- les points $A(-3;1;4)$ et $B(1;5;2)$
- le plan $\mathscr{P}$ d'équation cartésienne $4x+4y-2z+3=0$
- la droite (d) dont une représentation paramétrique est $\begin{cases} x=-6+3t \\ y=\ \ 1 \\ z=9-5t \end{cases}$ où $t\in\mathbb{R}$

1. Les droites (AB) et (d) sont :

a. sécantes non perpendiculaires.

b. perpendiculaires.

c. non coplanaires.

d. parallèles.

2. La droite (AB) est :

a. incluse dans le plan $\mathscr{P}$.

b. strictement parallèle au plan $\mathscr{P}$.

c. sécante et non orthogonale au plan $\mathscr{P}$.

d. orthogonale au plan $\mathscr{P}$.

3. On considère le plan $\mathscr{P}'$ d'équation cartésienne $2x+y+6z+5=0$.

Les plans $\mathscr{P}$ et $\mathscr{P}'$ sont :

a. sécants et non perpendiculaires.

b. perpendiculaires.

c. confondus.

d. strictement parallèles

4. On considère le point $C(0;1;-1)$. La valeur de l'angle $\widehat{BAC}$ arrondie au degré est :

a. 90°
b. 51°
c. 39°
d. 0°

CORRECTION

1. Réponse : a

Preuve non demandée

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}4\\4\\-2\end{pmatrix}$ $\quad \vec{u}\begin{pmatrix}3\\0\\-5\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de (d).

$\overrightarrow{AB}$ et $\vec{u}$ ne sont pas colinéaires donc les droites (AB) et (d) ne sont pas parallèles.

$\overrightarrow{AB}.\vec{u}=4\times3+4\times0+(-2)\times(-5)=12+10=22\neq0$.

(AB) et (d) ne sont pas orthogonales donc ne sont pas perpendiculaires.

(AB) est la droite passant par A et de vecteur directeur $\overrightarrow{AB}$ donc de représentation paramétrique

$\begin{cases}x=-3+4k\\ y=1+4k\\ z=4-5k\end{cases} \quad k\in\mathbb{R}$.

Pour étudier l'intersection des droites (AB) et (d), on résout le système :

$\begin{cases}-3+4k=-6+3t\\ 1+4k=1\\ 4-5k=9-5t\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-3t+4k=-3\\ k=0\\ 5t-5k=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}t=1\\ k=0\\ t=1\end{cases}$

Les droites (AB) et (d) sont sécantes en $I(-3;1;4)$ et $I=A$.

Les droites (d) et (AB) sont sécantes et non perpendiculaires.

2. Réponse : d

Preuve non demandée

$\mathscr{P}:\ 4x+4y-2z+3=0$

$\vec{N}\begin{pmatrix}4\\4\\-2\end{pmatrix}$ est un vecteur normal à $\mathscr{P}$.

$\vec{N}=\overrightarrow{AB}$ donc la droite (AB) est orthogonale au plan $\mathscr{P}$.

3. Réponse : b

Preuve non demandée

$\mathscr{P}':\ 2x+y+6z+5=0$

$\vec{N}'\begin{pmatrix}2\\1\\6\end{pmatrix}$ est un vecteur normal à $\mathscr{P}'$

$\vec{N}.\vec{N}'=4\times2+4\times1-2\times6=8+4\times12=0$

$\mathscr{P}$ et $\mathscr{P}'$ sont perpendiculaires.

4. Réponse : b

Preuve non demandée

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}4\\4\\-2\end{pmatrix}$ $\quad \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}3\\0\\-5\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=4\times3+4\times0-2\times(-5)=12+10=22$

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=AB\times AC\times\cos(\widehat{BAC})$

$AB^2=4^2+4^2+(-2)^2=16+16+4=36 \qquad AB=6$

$AC^2=3^2+(-5)^2=9+25=34 \qquad AC=\sqrt{34}$

$\cos(\widehat{BAC})=\dfrac{22}{6\times\sqrt{34}}\simeq0{,}6288$

En utilisant la calculatrice :

$\widehat{BAC}=51°$ au degré près.